INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN MARAMUREŞ

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 28 februarie 2015

Clasa a XII – a

Filiera teoretică – Profil uman – Specializarea Ştiinţe Sociale

1. Se consideră mulţimea

$$S=\left\{A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\in M_2(R)\,\middle|\, a,b,c,d\geq 0, cu\ proprietatea\ ca\ suma\ elementelor\ pe\ fiecare\ linie, respectiv\ coloana\ este\ 1\right\}$$

a) Verificaţi dacă $I_2 \in S$.

b) Demonstraţi că produsul elementelor oricărei matrice din S este cel mult $\frac{1}{16}$.

2. Fie matricea $A(x)=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix}\in M_3(\mathbf{R})$,

a) Să se arate că $A^3(2)=3A^2(2)-2A(2)$.

b) Să se determine $x\in\mathbf{R}$, ştiind că $A^3(x)-3A^2(x)+2A(x)=O_3$.

3. Fie matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\in M_3(\mathbf{R})$,

a) Să se calculeze A^2 şi A^3.

b) Să se studieze dacă există numerele reale x, y astfel încât $A^3 = xA^2 + yA + I_3$.

4. Fie matricea A = $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\in M_2(\mathbf{R})$, $a,b,c,d\in\mathbf{R}$ cu $a+d\neq 0$.

a) Demonstraţi că $A^2-(a+d)A+(ad-bc)I_2=O_2$.

b) Să se demonstreze că matricea $B\in M_2(\mathbf{R})$ comută cu matricea A, dacă şi numai dacă matricea B comută cu martricea A^2.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii;

Fiecare subiect se notează cu 7 puncte:

Timp efectiv de lucru 3 ore;

Subiectele au fost propuse şi selectate de:

Prof. Pop Adela, de la Colegiul Tehnic ,,Aurel Vlaicu”, Baia Mare,

Prof. Berciu Ioan, de la Liceul Tehnologic Agricol ,,Alexiu Berinde”, Seini.

SUCCES